

PROBLEMA 1

Dept. de Vibraciones y Aeroelasticidad
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

AEROELASTICIDAD DINÁMICA («FLUTTER»)

OBJETIVO: Profundizar en el conocimiento de las fuerzas aerodinámicas no estacionarias (desfase, amortiguamiento, etc...) e introducir el concepto de *Aeroservoelasticidad* en un ejemplo 2D sencillo.

Enunciado: Asumiendo flujo incompresible demostrar que un solo grado de libertad basado en el modo de flexión de ala no puede inducir flameo. Utilícese como primera aproximación la sección típica 2D con la misma notación explicada en las clases teóricas (masa del perfil M , rigidez a flexión K_h , desplazamiento positivo hacia abajo h , etc.) y considérese amortiguamiento estructural nulo en primera aproximación.

A continuación, asumir que la mitad posterior del perfil (de $x = 0$ a $x = b$) actúa como superficie de control con deflexión δ_c proporcional a la magnitud de la flexión h , es decir, $\delta_c = f_c \cdot (h/b)$. Asumir movimiento casi-estacionario ($C(k) \rightarrow 1$) y comprobar que en este caso es posible obtener un valor de f_c que hace inestable el sistema.

Homework: Calcular el momento M_δ que debe introducir el actuador en la superficie de control. Considerar I_δ como momento de inercia de la superficie de control respecto al eje de charnela y K_δ la rigidez a rotación de la superficie de control.

PROBLEMA 2

OBJETIVO: Ejercitar el planteamiento de las ecuaciones aeroelásticas de *Flutter* en casos distintos al caso nominal de teoría.

Enunciado: Se desea analizar la influencia del motor de un avión en la velocidad de *flutter* de la aeronave. Para simplificar el problema, el ala del avión se representa por una sección de la misma y el efecto estructural del resto del ala sobre dicha sección se representa por muelles de rigidez a flexión K_h y torsión K_α . El motor se representa por una masa puntual concentrada de valor M_R suspendida del ala por un muelle de rigidez K_R y situada a una distancia x_R del origen de coordenadas, que a su vez coincide con el eje elástico (ver figura).

El motor en situación nominal tiene una rigidez de unión al ala K_R cercana al infinito. Sin embargo, la variación de K_R refleja un caso de fallo de la unión que se debe certificar en el diseño de la aeronave.

Tomando como coordenadas generalizadas el desplazamiento vertical del perfil h positivo hacia abajo, el giro respecto del eje elástico α positivo cuando el borde de ataque sube y la deformación relativa del muelle del motor con respecto al perfil z_R , se pide:

1. Determinar las ecuaciones del movimiento del sistema asumiendo flujo incompresible y amortiguamiento estructural nulo. Expresar las fuerzas aerodinámicas como Q_h y Q_α , despreciando las fuerzas aerodinámicas sobre el motor.
2. Comprobar que las ecuaciones reproducen casos extremos como $K_R = 0$ y $K_R \rightarrow \infty$. Identificar a qué corresponde cada uno de los casos anteriores.

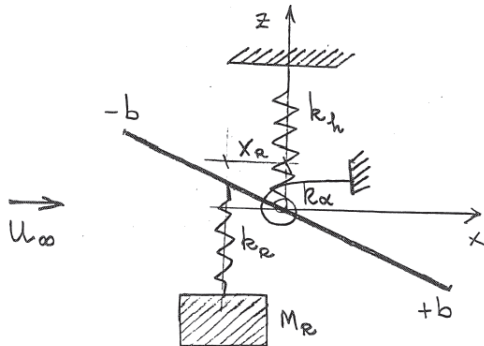


Figura 1: Sección típica con motor de masa M_R

PROBLEMA 3

Para calcular la velocidad de flameo de un ala, como primera aproximación, se puede admitir que coincide con la velocidad de flameo de la sección situada en el punto 3/4 de la semienvergadura del ala, considerando un solo modo de oscilación, en torsión. Si las propiedades de dicha sección son:

- Cuerda: $2b = 0.25 \text{ m.}$
- Frecuencia propia en torsión: $\omega_a = 64 \text{ rad.s}^{-1}$
- Relación másica: $\mu = \frac{m}{\pi \rho b^2} = 76$
- Radio de giro alrededor del eje elástico: $r_a = \sqrt{\frac{I_a}{m \cdot b^2}} = 0.388 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$
- Posición del eje elástico: $a = -1$

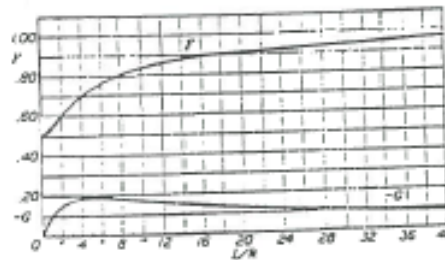
calcúlese la velocidad y la frecuencia de flameo aplicando el método de Theodorsen, considerando que el amortiguamiento estructural es nulo.

El momento aerodinámico sobre el perfil es:

$$M(k; t) = \pi \rho V_\infty^2 b^2 \alpha(t) \left[2C(k) \left(\frac{1}{2} + a \right) \left(1 + ik \left(\frac{1}{2} - a \right) \right) + (ka)^2 + \frac{k^2}{8} - ik \left(\frac{1}{2} - a \right) \right]$$

donde $C(k)$ es la Función de Theodorsen, expresada como: $C(k) = F(k) + iG(k)$.
En la tabla que se presenta a continuación se ha tabulado esta función.

k	$F(k)$	$G(k)^1$
0.000	1.0000	0.0000
0.010	0.9820	-0.0482
0.025	0.9540	-0.0872
0.050	0.9090	-0.1305
0.100	0.8320	-0.1723
0.120	0.8063	-0.1801
0.160	0.7628	-0.1876
0.200	0.7276	-0.1886
0.300	0.6650	-0.1793
0.400	0.6250	-0.1650
0.500	0.5980	-0.1507
1.000	0.5394	-0.1003
2.000	0.5129	-0.0577
5.000	0.5024	-0.0124



PROBLEMA 4

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS
DEPARTAMENTO DE VEHÍCULOS AEROESPACIALES
AEROELASTICIDAD

15/09/11

Problema 1

Tiempo 45 minutos

Apellidos..... Nombre.....

Las ecuaciones que describen los pequeños movimientos vibratorios de un modelo de dos grados de libertad de torsión (coordenadas generalizadas θ y γ) son

$$\begin{pmatrix} 120 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\gamma} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 6U_\infty & 0 \\ -3U_\infty & U_\infty \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 & 4U_\infty^2 \\ 0 & k_2 - 3U_\infty^2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Donde U_∞ es la velocidad de la corriente incidente en m/s, $k_1 = 5 \times 10^4 \text{ N/rad}$ y $k_2 = 7 \times 10^4 \text{ N/rad}$.

Se pide:

1. Utilizando el método de Theodorsen para el cálculo de flameo determinar la velocidad de flameo en m/s y la frecuencia de flameo en Hz. (7 puntos)
2. Calcular la velocidad de divergencia del sistema (3 puntos).

PROBLEMA 5

Determinar la velocidad de flameo de un sistema con un solo grado de libertad correspondiente al de oscilación en torsión, en función de la posición del eje elástico $\Lambda_1 c/2$. El sistema posee amortiguamiento estructural cuyo coeficiente adimensional es $g_\alpha = 0.01$. El radio de giro de la sección vale $r_\alpha = 8.0$ y el coeficiente másico $\mu = 80.0$. Considere los casos de $\Lambda_1 = -0.9, -0.8, -0.7$.

El momento aerodinámico no estacionario vale:

$$M_\alpha = \pi \rho_\infty \left(\frac{c^2}{4} \right) \left\{ -U_\infty \frac{c}{2} (0.5 - \Lambda_1) \dot{\alpha} - \left(\frac{c}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{8} + \Lambda_1^2 \right) \ddot{\alpha} + 2U_\infty (0.5 + \Lambda_1) C(k) \left(U_\infty \alpha + \frac{c}{2} (0.5 - \Lambda_1) \dot{\alpha} \right) \right\}$$

SOLUCIÓN:

$$\Lambda_1 = -0.9; \quad k_f = 0.020; \quad \frac{\omega_f}{\omega_\alpha} = 1.2172; \quad \frac{U_f}{\omega_\alpha \frac{c}{2}} = 60.86$$

$$\Lambda_1 = -0.8; \quad k_f = 0.0152; \quad \frac{\omega_f}{\omega_\alpha} = 1.400; \quad \frac{U_f}{\omega_\alpha \frac{c}{2}} = 92.10$$

$$\Lambda_1 = -0.7; \quad k_f = 0.0103; \quad \frac{\omega_f}{\omega_\alpha} = 1.9193; \quad \frac{U_f}{\omega_\alpha \frac{c}{2}} = 186.34$$